MODULO : MATEMATICA APPLICATA ALL'ECONOMIA

UNITA' DIDATTICA

COSTO - RICAVO - PROFITTO

Costo

Costi fissi sono quelli il cui ammontare non varia, entro certi limiti, al variare della quantità prodotta.

Costi variabili sono quelli il cui ammontare varia al variare della quantità prodotta; ad esempio, il costo variabile è quello connesso all'acquisto delle materie prime occorrenti alla realizzazione del processo produttivo.

COSTO TOTALE. L'insieme delle spese fisse e delle spese variabili necessarie per ottenere una certa quantità x di prodotto costituisce il costo totale.

Costo totale = costo fisso + costo variabile

esso dipende dalla quantità x prodotta, più esattamente, il costo è **funzione crescente della quantità x prodotta.**

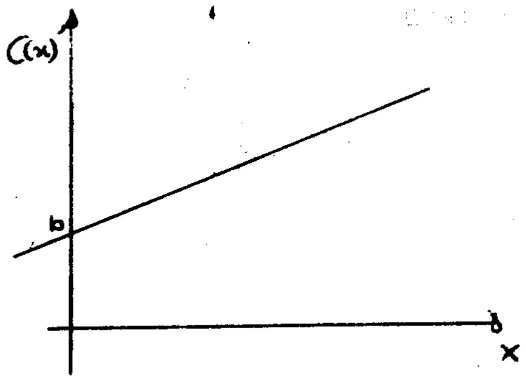
IPOTESI SEMPLIFICATE DI ALCUNE FUNZIONI DI COSTO TOTALE

Abbiamo detto che il costo totale $C(x)$ è funzione crescente della quantità x prodotta. Di solito, però, si suppone che la funzione rappresentativa del costo totale sia di tipo lineare, oppure di tipo parabolico e, ancora, di tipo esponenziale.

FUNZIONE LINEARE.

$$C(x)=ax+b \quad a>0 \text{ e } b>0$$

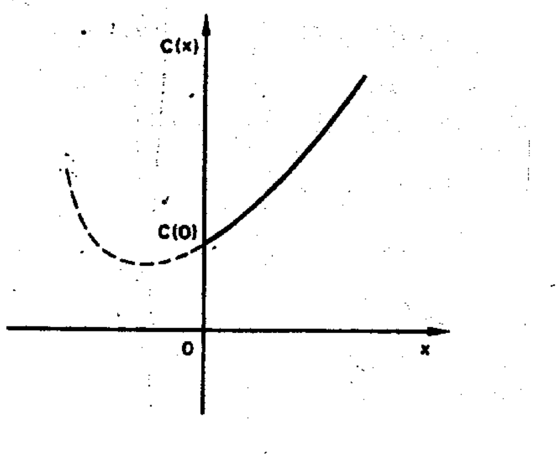
esempio $Y=500X+10000$



FUNZIONE PARABOLICA.

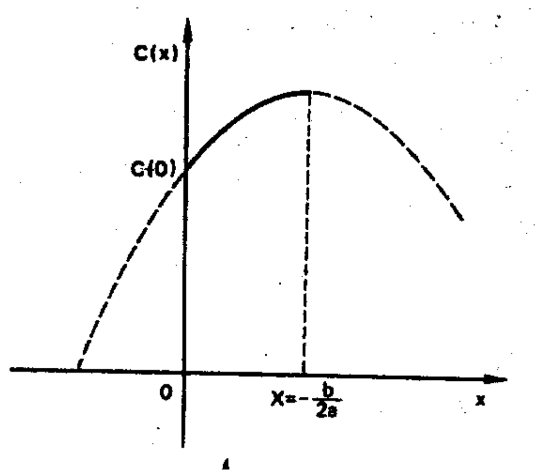
$C(x)=ax^2+bx+c$ $a>0;$ $b>0;$ $c>0$

esempio $Y=0{,}005x^2+35x+4500$



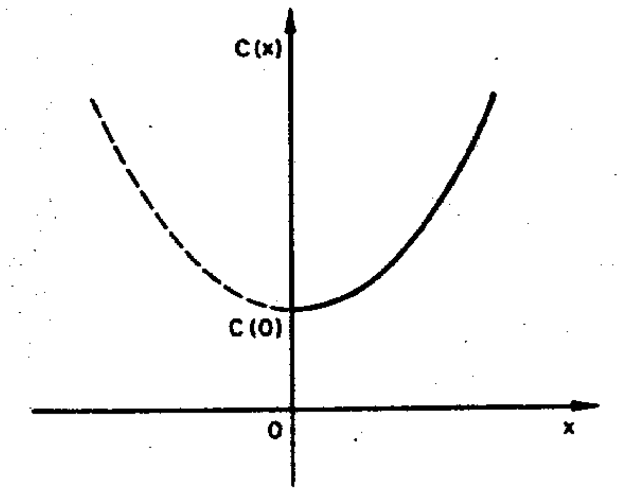
$C(x)=ax^2+bx+c$ $a<0;$ $b>0;$ $c>0$

esempio $Y=-0{,}5x^2+300x+500$



$C(x)=ax^2+c$ $a>0$; $c>0$

esempio $Y=300x^2+5000$

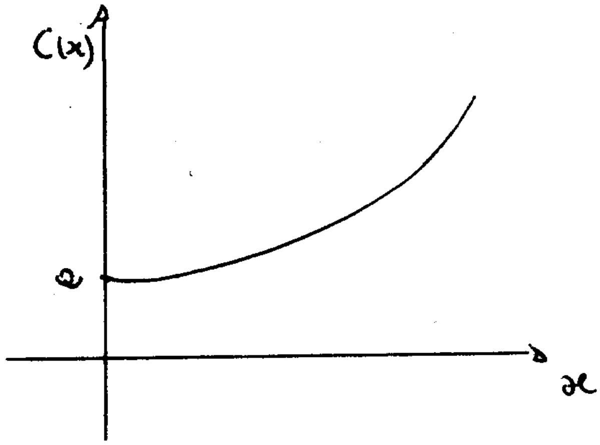


FUNZIONE ESPONENZIALE

$C(x)=ae^{bx}$ $a>0$; $b>0$

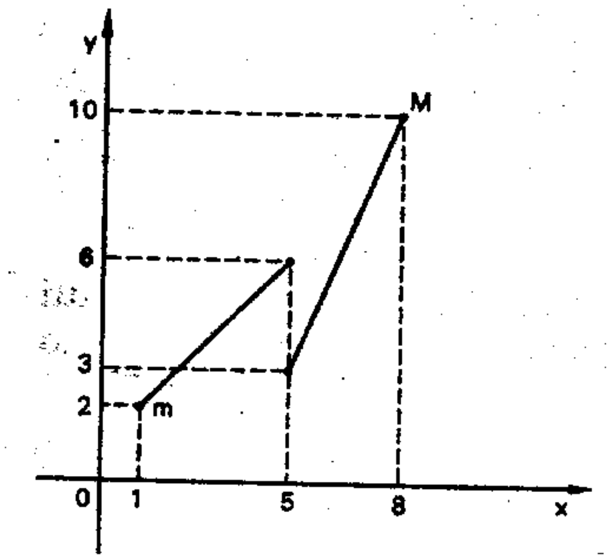
$x=0$ $C(0)=a$ (costo fisso)

esempio $100000e^{0.02x}$



COSTO TOTALE DEFINITO A TRATTI

E' rappresentato graficamente da una linea spezzata in quanto si tratta di funzioni costo con diversa definizione negli intervalli considerati. I punti in cui la funzione costo cambia definizione si chiamano BREAK POINTS (o punti di rottura).



COSTO MEDIO

Si definisce costo medio relativo alla produzione della quantità x di prodotto il rapporto tra costo totale C(x) e la quantità x stessa di prodotto.

$$Cm(x)=C(x)/x \qquad x>0$$

Dato un qualunque punto A sulla curva che rappresenta il costo totale il valore del costo medio è dato dal coefficiente angolare che unisce il punto A con l'origine (ricordare la determinazione del coefficiente angolare di una retta).

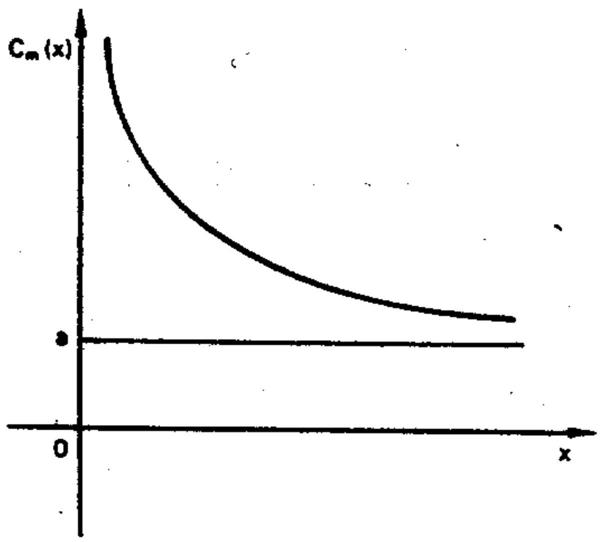
Nel caso in cui

$C(x)=ax+b$

$Cm(x)=(x+b)/x \quad = \quad a+b/x$

esempio: $C(x)=3x+10000$

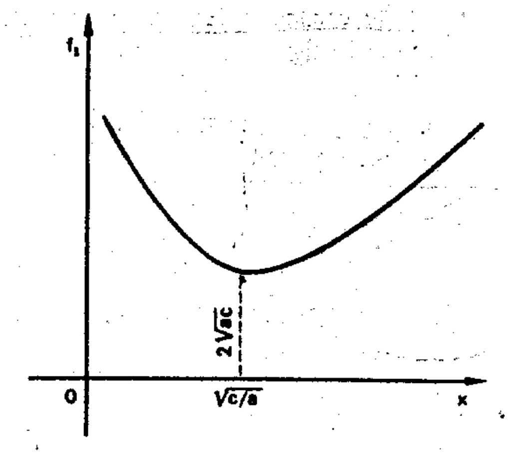
$Cm(x)=3+10000/x$



Nel caso in cui

$C(x)=ax^2+c$

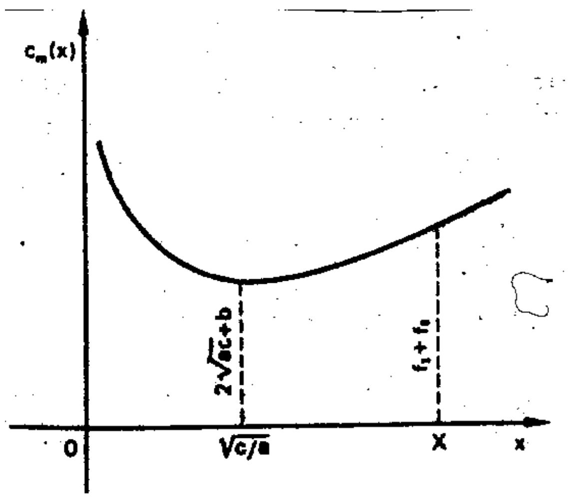
$Cm(x)=(ax^2+c)/x=ax+c/x$



Nel caso in cui

$C(x)=ax^2+bx+c$

$Cm(x)=(ax^2+bx+c)/x=ax+b+c/x$



In quest'ultimo caso, il Cm(x) è inizialmente decrescente e successivamente diventa crescente.

COSTO MARGINALE

C(x) costo totale

se x">x' si avrà C(x")>C(x') in quanto la funzione costo è sempre crescente

$C(x'')-C(x')$ Variazione assoluta del costo quando la produzione passa da x' a x"

$[C(x'')-C(x')]/(x''-x')$ Variazione relativa quando la produzione passa da x' a x"

Se la variazione della produzione è da x a x+1 la variazione relativa diventa

$[C(x+1)-C(x)]/[(x+1)-x]=C(x+1)-C(x)=Cma$ (COSTO MARGINALE)

Costo marginale unitario: il costo che si sostiene per portare il livello di produzione da x a x+1.

Nel caso in cui

$C(x)=ax+b \qquad C(x+1)=a(x+1)+b$

$Cma=C(x+1)-C(x)=a(x+1)+b-ax-b=ax+a-ax=a$ costante

Se il costo totale è di tipo lineare il costo marginale unitario è costante.

Nel caso in cui il costo totale è parabolico.

$C(x)=ax^2+bx+c$

$C(x+1)=a(x+1)^2+b(x+1)+c$

$Cma=C(x+1)-C(x)=2ax+a+b$ è una funzione di tipo lineare.

COSTO MARGINALE VERO E PROPRIO

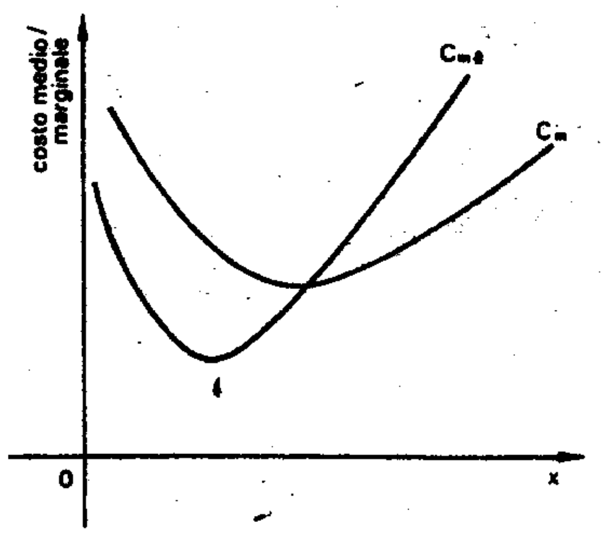
In questo caso il costo marginale viene pensato come il costo che si sostiene per aumentare il livello della produzione di una quantità infinitesima h. Per il calcolo del costo marginale vero e proprio si ricorre al calcolo del limite del rapporto incrementale per h che tende a zero cioè allo studio della derivata prima

Si può procedere alla comparazione delle due funzioni Costo medio e Costo marginale.

$[C(x+h)-C(x)]/h$ con h (incremento)-->0

Il costo marginale presenta lo stesso andamento del costo medio, cioè il costo marginale è dapprima decrescente e quindi crescente (in casi particolari il costo marginale può essere costante oppure crescente).

In generale l'Andamento del Cm e del Cma è il seguente:



fino a quando il costo medio è decrescente si ha

$$Cma<Cm$$

a partire dal punto in cui il costo medio diventa crescente si ha

$$Cma>Cm$$

RICAVO

Ricavo = prodotto della quantità venduta x per il prezzo unitario

In regime di concorrenza perfetta.

*R(x)=x*p* se p = prezzo unitario indipendente dalla quantità venduta.

In regime di monopolio

*R(x)=x*f(x)* se p=f(x) il prezzo unitario dipende dal quantitativo prodotto x

ad esempio p=a-bx con a>0 e b>0

$$R(x)=x*(a-bx) \quad R(x)=ax-bx2$$

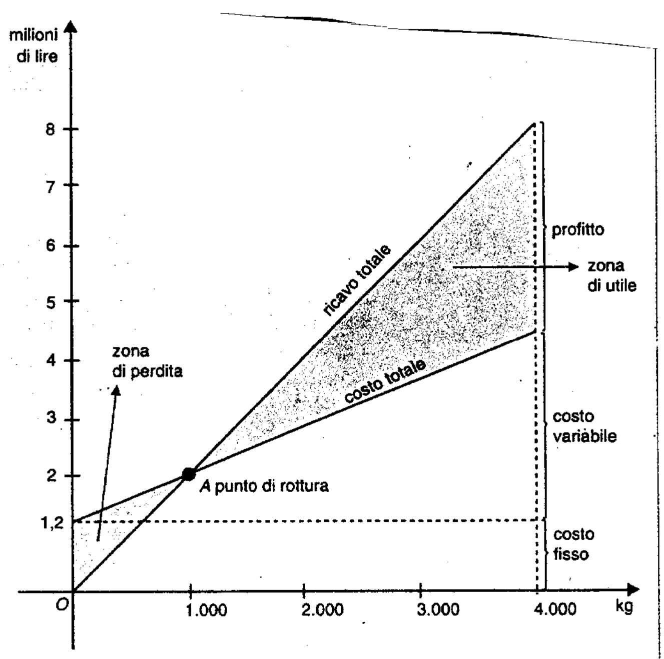
PROFITTO (o guadagno)

$$G(x)=R(x)-C(x)$$

EQUILIBRIO COSTI-RICAVI

Una impresa per produrre deve sostenere una serie di costi (costi fissi, che non variano al variare della produzione e costi variabili che, invece, variano al variare della quantità prodotta) la cui somma costituisce il costo totale. Se rappresentiamo in uno stesso grafico, denominato diagramma di redditività, la funzione Costo totale e la funzione Ricavo (limitandoci al caso di ricavo in regime di concorrenza perfetta)possiamo immediatamente identificare il break-even point (punto di pareggio), cioè il punto che contrassegna la quantità X prodotta che deve essere venduta affinché il ricavo totale copra esattamente i costi(Guadagno =0); si può facilmente dedurre che per valori di produzione inferiori ad A1 i costi superano i ricavi pertanto si ha una area di perdita, mentre per valori superiori ad A1 i ricavi superano i costi pertanto l'impresa può realizzare un profitto.

Il diagramma di redditività mette in evidenza l'utile o la perdita mensile in corrispondenza ai vari volumi di vendita e le relazioni tra costi e ricavi.

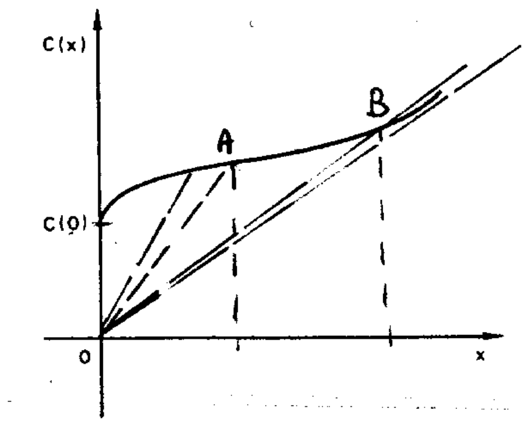


Costi fissi

Ne sono un esempio le quote di ammortamento degli impianti, interessi passivi sui mutui, spese per affitti. Sino ad un certo punto tali costi non aumentano ma quando è necessario introdurre un nuovo impianto o prendere in affitto un nuovo magazzino aumentano di una quantità fissa presentando un tipico andamento a gradino.

Costi variabili

L'andamento dei costi variabili è rappresentato dalla funzione seguente con tipico andamento a S.



L'andamento crescente, con concavità rivolta prima verso il basso, poi verso l'alto è determinata:

Nella prima fase (OA in figura) da Economie interne di scala positive: la crescita dei costi è minore rispetto alla crescita della produzione pertanto la funzione costo medio decresce fino a raggiungere il costo medio minimo(fase dei costi decrescenti).

Nella seconda fase (oltre C in figura) da diseconomie interne di scala che determinano un aggravio dei costi e di conseguenza una crescita del costo medio(fase dei costi crescenti).

Tra queste due fasi (AB in figura) si inserisce una ulteriore fase intermedia denominata fase dei costi costanti in prossimità del costo medio minimo in cui i fattori produttivi sono pienamente impiegati.

È interessante notare come si possa dal grafico della funzione costo ricavare il valore del costo medio calcolando il coefficiente angolare della retta passante per l'origine degli assi e per il punto desiderato della funzione costo (per la definizione stessa di costo medio), notiamo così che in una prima fase la pendenza delle rette va via via diminuendo (il costo medio diminuisce) per poi aumentare di nuovo (il costo medio aumenta) passando per un punto di tangenza della retta alla curva in corrispondenza al quale il costo medio è minimo: questo serve a spiegare il tipico andamento ad U della funzione Costo medio partendo dalla tipica funzione Costo Variabile.

Economie interne di scala

Economie interne di scala: ottimale organizzazione dei fattori produttivi interni all'impresa stessa.

Andamento del Cm e del Cma

Il punto di minimo del Costo marginale precorre il punto di minimo del Costo medio in quanto essendo il primo riferito ad una sola unità di prodotto ogni sua variazione si registra immediatamente, mentre il secondo essendo ripartito su tutta la quantità prodotta reagisce più lentamente.